Diese Aufsatz erschien in den

Mitteilungen für Planetenbeobachter Nr. 4, 1990,

Mitteilungsblatt des Arbeitskreises Planetenbeobachter,
Fachgruppe Planeten der Vereinigung der Sternfreunde (VdS) e.V.

Physische Ephemeriden des Saturns und Positionen seiner fünf hellsten Satelliten

von Karl-Heinz Bücke

Saturn ist wegen seines Ringes ein sehr interessantes Schauobjekt, obwohl er vor allem durch die Erkenntnisse der Raumfahrt an seiner Einzigartigkeit eingebüßt hat, denn bei weiteren Planeten wurden Ringe nachgewiesen. Zahlreiche kleine und größere Satelliten umkreisen diesen Planeten. Für die wissenschaftliche Forschung werden dynamische Zusammenhänge zwischen den Satelliten und Ringsystemen untersucht. Die größten Satelliten sind "geologisch" interessante Körper.

Amateure und speziell Planetenbeobachter schenkten dem Ringplaneten und seinen Satelliten weniger Aufmerksamkeit als Jupiter und den Galileischen Satelliten. Doch einige Amateure haben ausreichend große Instrumente, die eine zielgerichtete Beobachtung ermöglichen.

Kalender und kleine Jahrbücher geben dem Amateur für die Beobachtung und Auswertung einige physische Ephemeriden an. Doch fehlten bisher die Längen der Zentralmeridiane. Über die Satelliten findet man in einigen kleinen Jahrbüchern nur Angaben, wann die Satelliten in den größten Elongationen stehen; weiter erfährt man nichts, und die großen Jahrbücher werden für die meisten Amateure nicht zugänglich sein. Mit der folgenden Anleitung können diese Informationslücken geschlossen werden, denn es lassen sich alle physischen Ephemeriden des Planeten und die Positionen der fünf hellsten Satelliten berechnen. Die erreichbare Genauigkeit dürfte auch den anspruchsvollen Amateuren genügen.

Die Position des Saturns erhält man in Rektaszension auf ± 0.2°, die Deklination auf ± 0.1° und den Abstand von der Erde auf ± 0.05 A.E. genau. Diese Abweichungen wurden mit Hilfe von Rechenbeispielen ermittelt. Meistens waren die Ergebnisse genauer. Darauf aufbauend erhält man in der weiteren Rechnung scheinbare Durchmesser des Planeten und des Ringes mit einer Abweichung von ± 0.1". Die Positionen der Satelliten sind auf das Zehntel des Planetenradius genau. Bei Nachrechnungen der im "Kalender für Sternfreunde" angegebenen Zeiten der Elongationen wurden gleiche Ergebnisse erzielt. Die Formeln sind für den Zeitraum von 1950 bis 2000 berechnet, können aber auch für einige Jahrzehnte davor und danach verwendet werden. Auf Grund der angestrebten mittleren Genauigkeit konnte teilweise eine exakte Rechnung durch zeitsparende Näherungen ersetzt werden.

Von den Satelliten wurden die ausgewählt, die *Huygens* und *Cassini* bereits in den Jahren 1655 bis 1684 entdeckten: Tethys, Dione, Rhea, Titan und Japetus. In den Formeln wird angenommen, daß sich Tethys, Dione und Rhea angenähert auf Kreisbahnen in der Äquatorebene bewegen. Die Bahnen von Titan und Japetus sind elliptisch und gegen die Äquatorebene des Planeten geneigt. Während Titan schon in Fernrohren mit 50 mm Öffnung sichtbar ist, benötigt man für Rhea 80 mm und für Tethys 110 mm Öffnung. Japetus erscheint in den westlichen Elongationen heller als in östlichen. Deshalb ist er in den westlichen Elongationen bereits in Fernrohren mit 80 mm Öffnung zu sehen, sonst sind bis zu 200 mm Öffnung notwendig.

Der Zeitunterschied zwischen Weltzeit und dynamischer Zeit ist wegen der mittleren Genauigkeit nur bei den Zentralmeridianen merkbar. Die Laufzeit des Lichtes vom Planeten zur Erde wird berücksichtigt, in dem man von der vorgegebenen Zeit innerhalb der Rechnung die Laufzeit subtrahiert. Es werden also wahre Angaben berechnet, die nach dem Ablauf der Lichtzeit beobachtbar sind. Die Rechnung beginnt mit dem Bestimmen der heliozentrischen und geozentrischen Position des Saturns. Es wurde ein möglichst kurzer Rechenweg angestrebt. Die Genauigkeit ist für diese Zwecke ausreichend. Während für die geozentrischen Positionen das Äquatorsystem gebräuchlich ist, verwendet man für die heliozentrischen Koordinaten das Ekliptiksystem. Für die folgenden Rechnungen ist es jedoch vorteilhaft, auch die heliozentrischen Positionen im Äquatorsystem anzugeben. Die heliozentrischen Koordinaten werden nur benötigt, um die Beleuchtungsverhältnisse zu ermitteln. Die anschließenden Rechnungen sind voneinander unabhängig. Es braucht also je nach den bestehenden Aufgaben nicht immer der gesamte Komplex durchgerechnet zu werden. Zur Unterscheidung der einzelnen Werte werden folgende Indizes verwendet:

Saturn (0), Thethys (1), Dione (2), Rhea (3), Titan (4) und Japetus (5).

1. Position des Saturns

Julianisches Datum JD in Weltzeit UT; Anzahl der Tage d seit der Epoche 2000.0:

$$d = JD - 2451545.0 \tag{1}$$

Langperiodische Störung:

$$V = 175.39° + 0.00111587°d \tag{2}$$

Mittlere Anomalie M für die Erde:

$$M = 357.526° + 0.9856003°d \tag{3}$$

Mittlere Anomalie N für Saturn:

$$N = 317.018° + 0.0334443°d - 0.814° \sin V \tag{4}$$

Mittelpunktsgleichung A für die Erde:

$$A = 1.916° \sin M + 0.020° \sin 2M \tag{5}$$

Mittelpunktsgleichung B für Saturn:

$$B = 6.366° \sin N + 0.221° \sin 2N + 0.011° \sin 3N \tag{6}$$

Länge der Erde minus Länge des Saturns; Differenz der mittleren Längen:

$$J = 50.391° + 0.95214946°d + 0.814° \sin V \tag{7}$$

Länge der Erde minus Länge des Saturns; Differenz der wahren Längen:

$$K = J + A - B \tag{8}$$

Radiusvektor der Erde:

$$R = 1.0001 - 0.0167 \cos M \tag{9}$$

Radiusvektor des Saturns:

$$r = 9.5695 - 0.5304 \cos N - 0.0147 \cos 2N \tag{10}$$

Abstand Erde - Saturn:

$$\Delta = \sqrt{R^2 + r^2 - 2Rr \cos K} \tag{11}$$

Phasenwinkel:

$$i = \arcsin(\tfrac{R}{\Delta} \sin K) \tag{12}$$

Heliozentrische ekliptikale Länge und Breite zum Äquinoktium des Datums:

$$l = 50.07° + 0.0334982°d - 0.814° \sin V + B \tag{13}$$

$$b = 2.49° \sin(l - 113.55°) \tag{14}$$

Geozentrische ekliptikale Länge und Breite zum Äquinoktium des Datums:

$$\lambda = l - i \tag{15}$$

$$\beta = b\tfrac{r}{\Delta} \tag{16}$$

Diese heliozentrischen und geozentrischen Positionen werden von der ekliptikalen in die äquatoriale Ebene transformiert:

$$\alpha = \arctan \tfrac{\cos\varepsilon \sin\lambda - \sin\varepsilon \tan\beta}{\cos\lambda} \tag{17}$$

$$\delta = \arcsin(\sin\varepsilon \cos\beta \sin\lambda + \cos\varepsilon \sin\beta) \tag{18}$$

$\varepsilon = 23.442°$

λ und β können mit l und b getauscht werden, man erhält dann α' und δ' als heliozentrischen Ort.

2. Lage des Nordpols der Rotationsachse des Saturns und der Bahnebenen der Satelliten zum Äquinoktium des Datums

Saturn, Tethys, Dione und Rhea:

$$A_0 = 40.66° + 1.182° \cdot 10^{-4} d \tag{19}$$

$$D_0 = 83.52° + 1.16° \cdot 10^{-5} d \tag{20}$$

Titan:

$$A_4 = 37.77° + 6.99° \cdot 10^{-5} d \tag{21}$$

$$D_4 = 83.69° + 7.2° \cdot 10^{-6} d \tag{22}$$

Japetus:

$$A_5 = 318.56° - 9.54° \cdot 10^{-5} d \tag{23}$$

$$D_5 = 75.49° - 9.0° \cdot 10^{-6} d \tag{24}$$

3. Deklinationen, Positionswinkel und planetozentrische Längen

Deklination der Erde:

$$B_i = \arcsin(-\sin D_i \sin\delta - \cos D_i \cos\delta \cos(A_i - \alpha)) \tag{25}$$

Deklination der Sonne:

$$B_i' = \arcsin(-\sin D_i \sin\delta' - \cos D_i \cos\delta' \cos(A_i - \alpha')) \tag{26}$$

Positionswinkel, geozentrisch:

$$P_i = \arctan \frac{\sin(a_i - \alpha)}{\tan D_i \cos\delta - \sin\delta \cos(A_i - \alpha)} \tag{27}$$

Positionswinkel, heliozentrisch:

$$P'_i = \arctan \frac{\sin(A_i - \alpha')}{\tan D_i \cos\delta' - \sin\delta' \cos(A_i - \alpha')} \tag{28}$$

Länge der Erde:

$$K_i = \arctan \frac{\sin D_i \cos(A_i - \alpha) - \cos D_i \tan\delta}{\sin(A_i - \alpha)} \tag{29}$$

Länge der Sonne:

$$K'_i = \arctan \frac{\sin D_i \cos(A_i - \alpha') - \cos D_i \tan\delta'}{\sin(A_i - \alpha')} \tag{30}$$

i = 0 ... 5

Planetozentrische Deklinationen werden hier mit B bezeichnet.

4. Physische Ephemeriden des Saturns

Aus dem Abschnitt 3 sind die Deklinationen und Positionswinkel bereits bekannt. Die gesonderte Darstellung wurde deshalb gewählt, weil die Werte des Abschnittes 3 sowohl für die physischen Ephemeriden als auch für die Positionen der Satelliten verwendet werden. Es folgen nun weitere physische Daten:

4.1 Scheinbarer Durchmesser und Anblick des Planeten

Der scheinbare Äquatordurchmesser des Saturn beträgt

$$D_{\ddot{a}} = \frac{165.46''}{\Delta} \tag{31}$$

Beim scheinbaren Poldurchmesser ist die wechselnde Neigung (Deklination) von Bedeutung. Je größer dieser Winkel ist, um so geringer erscheint die Abplattung. Der scheinbare Poldurchmesser beträgt somit

$$D_p = \frac{165.46'' \sqrt{1 - 0.2037 \cos^2 B_0)}}{\Delta} \tag{32}$$

Bei dem Ringsystem sind die großen und kleinen Achsen der Innen- und Außenkanten von Interesse. Zunächst werden die äußeren Begrenzungen des Ringes gerechnet:

$$R_{ax} = \frac{375.4''}{\Delta} \tag{33}$$

$$R_{ay} = \frac{375.4'' |\sin B_0|}{\Delta} \tag{34}$$

Die Innenkante läßt sich ebenso bestimmen:

$$R_{ix} = \frac{249.6''}{\Delta} \tag{35}$$

$$R_{iy} = \frac{249.6'' |\sin B_0|}{\Delta} \tag{36}$$

Für die Cassinische Teilung gilt:

$$R_{cx} = \frac{327.9''}{\Delta} \tag{37}$$

Je nach Stellung des Ringsystems ist auf dem Planeten der Schatten des Ringes zu sehen. Den Verlauf des Schattens kann man bestimmen, in dem die Berechnung der Achsen R_{ay} und R_{iy} mit der Deklination der Sonne und dem geozentrischen Abstand des Planeten wiederholt wird. Zeichnet man nun die Lage des Ringes von der Sonne aus betrachtet ein, ergibt sich gleichzeitig die Lage des Schattens auf dem Saturn. Dabei sind die voneinander abweichenden Werte des heliozentrischen und geozentrischen Positionswinkels zu beachten. Eine entsprechende Zeichnung ergibt, daß neben dem sichtbaren Ring, wenn überhaupt, nur schmale Schattenstreifen beobachtbar sind.

4.2 Der Schatten des Planeten auf dem Ring

Vor den Oppositionen liegt ein kleines Stück des Ringes westlich des Planeten und nach den Oppositionen östlich des Planeten im Schatten und ist daher unsichtbar. Vielfach wird die genaue Kenntnis der Schattengrenze unbedeutend sein. Doch läßt sich der Verlauf mit den bereits bekannten Größen ermitteln. Dazu wird der Terminator auf dem Ring heliozentrisch bestimmt und um den Winkelabstand Sonne - Erde auf der Ringebene gedreht. Im wesentlichen geht die Deklination der Sonne auf dem Saturn in die Rechnung ein. Wird die Deklination größer als ± 23.66°, dann erhebt sich der Ring über die Pole des Planeten, und der Schatten geht nicht mehr bis zur äußeren Begrenzung des Ringes. Der Ring reicht von 1.509 bis 2.269 Radien des Planetenäquators. Dieser Abstand sei s. Der Schatten hat dann heliozentrisch die halbe Breite b parallel zur x-Achse:

$$b = \pm\sqrt{1 - \frac{s^2 \sin^2 B_0'}{1 - 0.2037 \cos^2 B_0'}} \tag{38}$$

Die Schattengrenze wird durch die Drehung um den Winkelabstand Sonne - Erde in geozentrische Blickrichtung gebracht und in rechtwinkligen Koordinaten und Bogensekunden angegeben:

$$\psi = K_0 - K_0' + \arcsin \frac{b}{s} \tag{39}$$

$$x = s \frac{82.73}{\Delta} \sin \psi \tag{40}$$

$$y = s \frac{82.73}{\Delta} \cos \psi \sin B_0 \tag{41}$$

4.3 Zentralmeridiane

Für Saturn werden folgende Rotationszeiten angenommen:

Region	*Rotationszeit*
Äquatorzone	$10^h 14^m$
Äquatorzone (Breite 10° bis 20°)	$10^h 15^m bis 10^h 20^m$
Tropische Zonen (Breite 35° bis 40°)	$10^h 36^m bis 10^h 39^m$
ab Breite 55°	$11^h und mehr$

Für die Planetenbeobachter sind folgende Rotationssysteme von Interesse: System I der Äquatorzone (844.3 °/d), System II der tropischen Zonen (812.0 °/d) und Sytem III der Radiostrahlung (810.7939024 °/d; jeweils siderische Perioden), die auch als wahre Rotation bezeichnet wird und unabhängig von der Atmosphäre ist. Die daraus abgeleiteten Zentralmeridiane beziehen sich auf die geometrische Scheibe und nicht wie bei Jupiter auf die sichtbare Scheibe. Für die Berechnung wird der Zeitunterschied ΔT in Sekunden benötigt, man erhält Zentralmeridiane entsprechend der gegebenen Weltzeit. Δ/173 entspricht der Lichtzeit in Tagen.

Zentralmeridian System I (nach IAU-Empfehlung, Äquatorzone):

$$Z_I = 227.90° + 844.2999153°(d - \tfrac{\Delta}{173}) - K_0 + 0.00977°\Delta T \qquad (42)$$

Zentralmeridian System II (nach ALPO, tropische Zonen):

$$Z_{II} = 104.9° + 811.9999153°(d - \tfrac{\Delta}{173}) - K_0 + 0.00940°\Delta T \qquad (43)$$

Zentralmeridian System III (nach IAU-Empfehlung, Radiostrahlung):

$$Z_{III} = 38.90° + 810.7938177°(d - \tfrac{\Delta}{173}) - K_0 + 0.00938°\Delta T \qquad (44)$$

Die Zentralmeridiane sollten auf ganze Grade gerundet werden.

4.4 Scheinbare visuelle Helligkeit des Saturns

Die Helligkeit ist von Entfernungen, dem Phasenwinkel und der geozentrischen Neigung des Ringes abhängig:

$$m_v = -8.68 + 5lg(r \cdot \Delta) + 0.044i - 2.60 \mid \sin B_0 \mid + 1.25 \sin^2 B_0 \qquad (45)$$

Die Helligkeit ist auf eine Stelle nach dem Komma zu runden.

5. Rechenbeispiel

Es werden die physischen Ephemeriden des Saturns für 1986 September 20, 18^h 15^m UT berechnet und alle Zwischenergebnisse gerundet aufgeführt. Diese Stellenzahl ist für die weitere Rechnung jeweils ausreichend.

Zu 1.:

$d = -4850.740$ | $V = 169.977°$
$M = 256.635°$ | $N = 154.647°$
$A = -1.855°$ | $B = 2.566°$
$j = 111.903°$ | $K = 107.482°$
$R = 1.0040$ A.E. | $r = 10.0395$ A.E.
$\Delta = 10.3854$ A.E.

$i = 5.291°$

Das Vorzeichen wird in (15) benötigt, allgemein gibt man den Phasenwinkel als Betrag an.

$l = 250.003°$ | $b = 1.715°$
$\lambda = 244.712°$ | $\beta = 1.660°$
$\alpha = 243.075°$ | $\delta = -19.449°$
$\alpha' = 248.633°$ | $\delta' = -20.254°$

Zu 2.:

$A_0 = 40.087°$ | $D_0 = 83.464°$

Zu 3.:

$B_0 = 25.443°$ | $B'_0 = 25.960°$
$P_0 = 2.822°$ | $P'_0 = 3.468°$
$K_0 = 294.067°$ | $K'_0 = 299.909°$

Zu 4.1:

$D_ä = 15.9''$ | $D_p = 14.5''$
$R_{ax} = 36.1''$ | $R_{ay} = 15.5''$
$R_{ix} = 24.0''$ | $R_{iy} = 10.3''$
$R_{cx} = 31.6''$

Da planetozentrisch die Sonne noch nördlicher als die Erde ist, wird auf dem Planeten kein Schatten sichtbar. Auf der Zeichnung ist der heliozentrische Verlauf des Ringes angedeutet.

$R'_{ay} = 15.8''$ | $R'_{iy} = 10.5''$

Zu 4.2:

Aus dem Phasenwinkel i nach (8) kann man erkennen: bei negativem Vorzeichen befindet sich Saturn vor und bei positivem Vorzeichen nach der Opposition. In diesem Beispiel befindet sich also Saturn nach der Opposition und der Schatten des Planeten wird auf dem Ring östlich des Planeten sichtbar. Zum Eintragen des Schattens in die Zeichnung werden hier z.B. 5 Radien auf dem Ring gewählt und die x-y - Koordinaten bestimmt.

s	b	ψ	x	y
1.509	-0.6911	-33.099	-6.6"	4.4"
1.699	-0.5812	-25.846	-5.9"	5.3"
1.889	-0.4260	-18.875	-4.9"	6.2"
2.079	-0.0922	-8.384	-2.4"	7.2"
2.269	-	-	-	-

In diesem Beispiel bleibt die sichtbare Schattenbreite unter einer Bogensekunde.

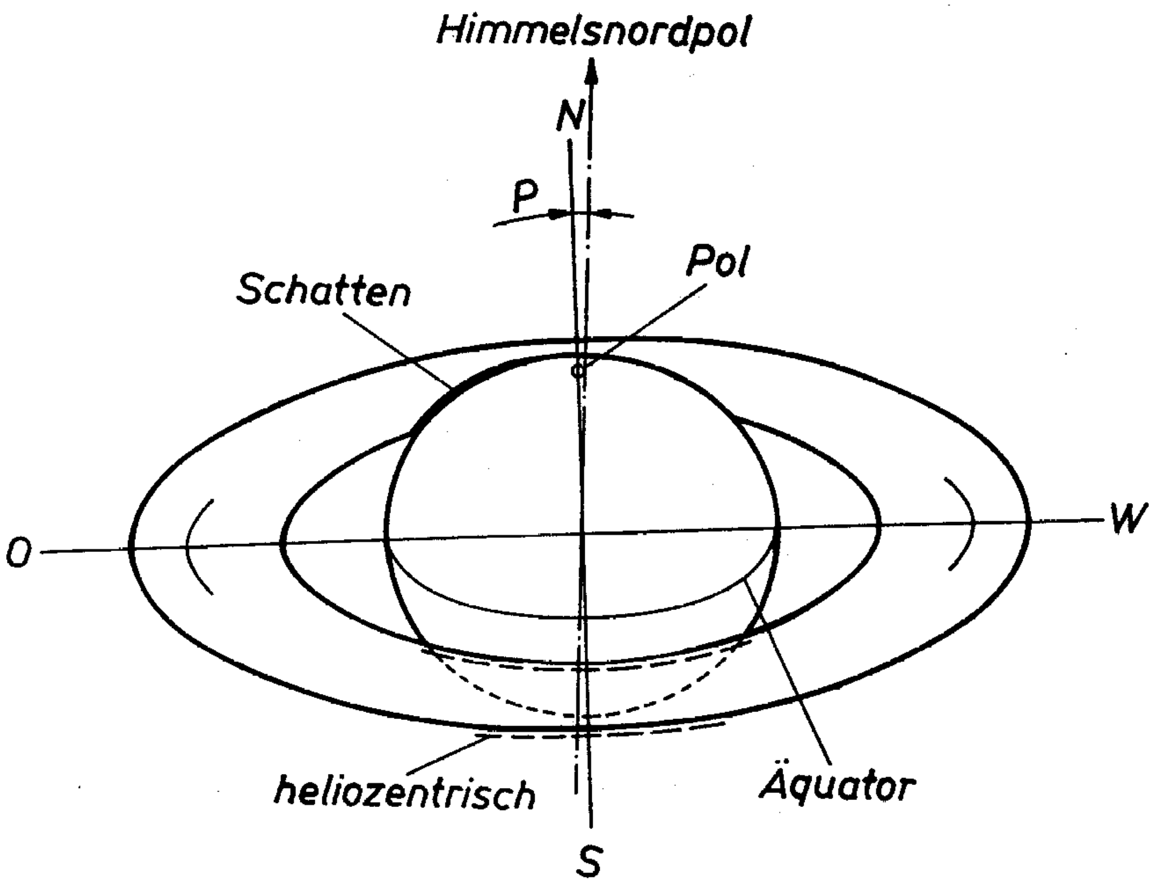
Zu 4.3:

$\Delta T = 55s$; $Z_I = 124°$; $Z_{II} = 82°$; $Z_{III} = 107°$

Zu 4.4:

$m_V = 0.8$

Abbildung 1 stellt den geozentrischen Anblick entsprechend dieses Beispiels dar. Zusätzlich zur bisherigen Rechnung erhält man den Nordpol und den Verlauf des Äquators auf Saturn



durch Hilfskonstruktionen:

Eine Gerade, die vom Zentrum ausgeht und zur Nordrichtung den Winkel B_0 einschließt, ergibt einen Schnittpunkt mit dem Planetenrand. Von diesem Punkt zeichnet man eine Parallele zur O-W - Richtung, die durch den Nordpol verläuft. Ähnlich ist es beim Äquator. Eine weitere Gerade bildet mit der Ost- oder Westrichtung den Winkel B_0 (in diesem Beispiel nach unten). Eine Parallele zur O-W-Richtung zeigt von diesem Schnittpunkt mit dem Planetenrand auf den Durchgang des Äquators auf der N-S-Linie. Der Äquator wird dann als Ellipse dargestellt. Diese Konstruktion berücksichtigt die abgeplattete Form des Planeten.

6. Position der Satelliten

Zunächst werden die wahren Längen in der Bahn und für Titan und Japetus, außerdem die mittleren Anomalien bestimmt:

$$U_1 = 188.10° + 190.697813°(d - \tfrac{\Delta}{173}) + 2.065° \sin(0.013926°(d - 2857.2)) \tag{46}$$

$$U_2 = 177.70° + 131.534888°(d - \tfrac{\Delta}{173}) \tag{47}$$

$$U_3 = 52.23° + 79.689963°(d - \tfrac{\Delta}{173}) \tag{48}$$

$$U_4 = 9.62° + 22.576895°(d - \tfrac{\Delta}{173}) + 3.33° \sin M_4 + 0.06° \sin 2M_4 \tag{49}$$

$$U_5 = 171.22° + 4.538088°(d - \tfrac{\Delta}{173}) + 3.24° \sin M_5 + 0.06° \sin 2M_5 \tag{50}$$

$$M_4 = 163.7° + 22.575585°(d - \tfrac{\Delta}{173}) \tag{51}$$

$$M_5 = 207.7° + 4.537626°(d - \tfrac{\Delta}{173}) \tag{52}$$

Der wiederholt vorkommende Wert $\Delta/173$ entspricht der Lichtzeit in Tagen (Δ ist der geozentrische Abstand). Wegen der Übersichtlichkeit wurde $(d - \Delta/173)$ nicht als eigenständige Formel geschrieben, sollte aber zur Kürzung der Rechnung nur einmal für den jeweiligen Zeitpunkt gerechnet werden.

Bei Tethys wird eine periodische Störung gerechnet.

Die Radiusvektoren in Radien des Planetenäquators betragen:

$$r_1 = 4.91 \qquad r_3 = 8.78 \qquad r_4 = 20.38 - 0.593 \cos M_4 \tag{53}$$

$$r_2 = 6.29 \qquad r_5 = 59.39 - 1.679 \cos M_5 - 0.024 \cos 2M_5 \tag{54}$$

Die heliozentrischen Längen:

$$u'_1 = U_1 - K'_0 \tag{55}$$

$$u'_2 = U_2 - K'_0 \tag{56}$$

$$u'_3 = U_3 - K'_0 \tag{57}$$

$$u'_4 = U_4 - K'_4 \tag{58}$$

$$u'_5 = U_5 - K'_5 \tag{59}$$

Die geozentrischen Längen:

$$u_1 = U_1 - K_0 \tag{60}$$

$$u_2 = U_2 - K_0 \tag{61}$$

$$u_3 = U_3 - K_0 \tag{62}$$

$$u_4 = U_4 - K_4 \tag{63}$$

$$u_5 = U_5 - K_5 \tag{64}$$

Aus den Längen u und dem Radiusvektor r berechnen sich unter Beachtung der Deklination B und des Positionswinkels P (siehe Abschnitt 3) die rechtwinkligen Koordinaten x und y, die den Anblick im Fernrohr beschreiben. Eine Ausnahme bildet Japetus. Er entfernt sich so weit von Saturn, daß die x-y-Koordinaten unanschaulich und unzweckmäßig werden. Deshalb kann seine Position auch in Rektaszensions- und Deklinationsdifferenzen bezogen auf Saturn berechnet werden. Bei den rechtwinkligen Koordinaten befindet sich die x-Achse in Ringebene. Positiv wird nach Westen und Norden gezählt, als Maßstab dient der Äquatorradius = 1.

Für Japetus werden die Rektaszensionsdifferenzen in Zeitsekunden nach Osten und die Deklinationsdifferenzen in Bogensekunden nach Norden positiv gezählt. Somit erhält man aus der Position des Saturn plus Differenzen die Position von Japetus in Rektaszension und Deklination zum Äquinoktium des Datums.

Tethys, Dione und Rhea: Da bei diesen Satelliten die Bahnebenen mit der Ringebene zusammenfallen, wird ohne Positionswinkel gerechnet:

$$x_i = r_i \sin u_i \tag{65}$$

$$y_i = -r_i \cos u_i \sin B_0 \tag{66}$$

i = 1 ... 3

Titan und Japetus: Es ist eine zusätzliche Drehung in die Ringebene notwendig:

$$v_i = r_i \sin u_i \tag{67}$$

$$w_i = -r_i \cos u_i \sin B_i \tag{68}$$

$$x_i = v_i \cos(P_0 - P_i) + w_i \sin(P_0 - P_i) \tag{69}$$

$$y_i = -v_i \sin(P_0 - P_i) + w_i \cos(P_0 - P_i) \tag{70}$$

i = 4 und 5

Aus v_5 und w_5 erhält man für Japetus nach Durchrechnung der folgenden Formeln die Rektaszensions- und Deklinationsdifferenzen:

$$p = -P_5 + \arctan \frac{v_5}{w_5} \text{ (wenn } w_5 < 0\text{, dann } p + 180°) \tag{71}$$

$$s = \frac{82.73}{\Delta} \sqrt{v_5^2 + w_5^2} \tag{72}$$

$$\Delta\alpha = -\frac{1}{15} s \frac{\sin p}{\cos \delta_0} \text{ (in s)} \tag{73}$$

$$\Delta\delta = s \cos p \text{ (in ")} \tag{74}$$

Mit diesen Koordinaten sind die Positionen der Satelliten bestimmt, wie sie von der Erde aus im Fernrohr erscheinen. Für die Bestimmung voraussichtlicher Schattenvorübergänge und Verfinsterungen benötigt man heliozentrische Koordinaten. Es gelten die gleichen Formeln (65) bis (70), lediglich für u, B und P sind die entsprechenden (gestrichenen) Werte zu verwenden.

Für bestimmte Anwendungen kann es zweckmäßig sein, als Maßstab den Radius des Ringaußendurchmessers = 1 anzunehmen. In diesem Fall sind die x-y-Koordinaten mit dem Faktor 0.441 zu multiplizieren.

Die Ergebnisse sind am Schluß der Rechnung zu runden: rechtwinklige Koordinaten und die Rektaszensionsdifferenzen auf eine Dezimalstelle und die Deklinationsdifferenzen auf ganze Zahlen.

Folgende Längen u entsprechen den hauptsächlichen Konstellationen:

untere Konjunktion (u = 0°),
westliche Elongation (u = 90°),
obere Konjunktion (u = 180°),
östliche Elongation (u = 270°).

7. Rechenbeispiel:

Zur Fortsetzung des Beispiels (Abschnitt 5) werden die Positionen der Saturnsatelliten gerechnet und wiederum alle notwendigen Zwischenergebnisse aufgeführt.

B_4 = 25.138°	B'_4 = 25.638°
P_4 = 3.029°	P'_4 = 3.641°
K_4 = 296.796°	K'_4 = 302.625°
B_5 = 15.376°	B'_5 = 14.860°
P_5 = 14.556°	P'_5 = 14.091°
K_5 = 18.433°	K'_5 = 23.887°

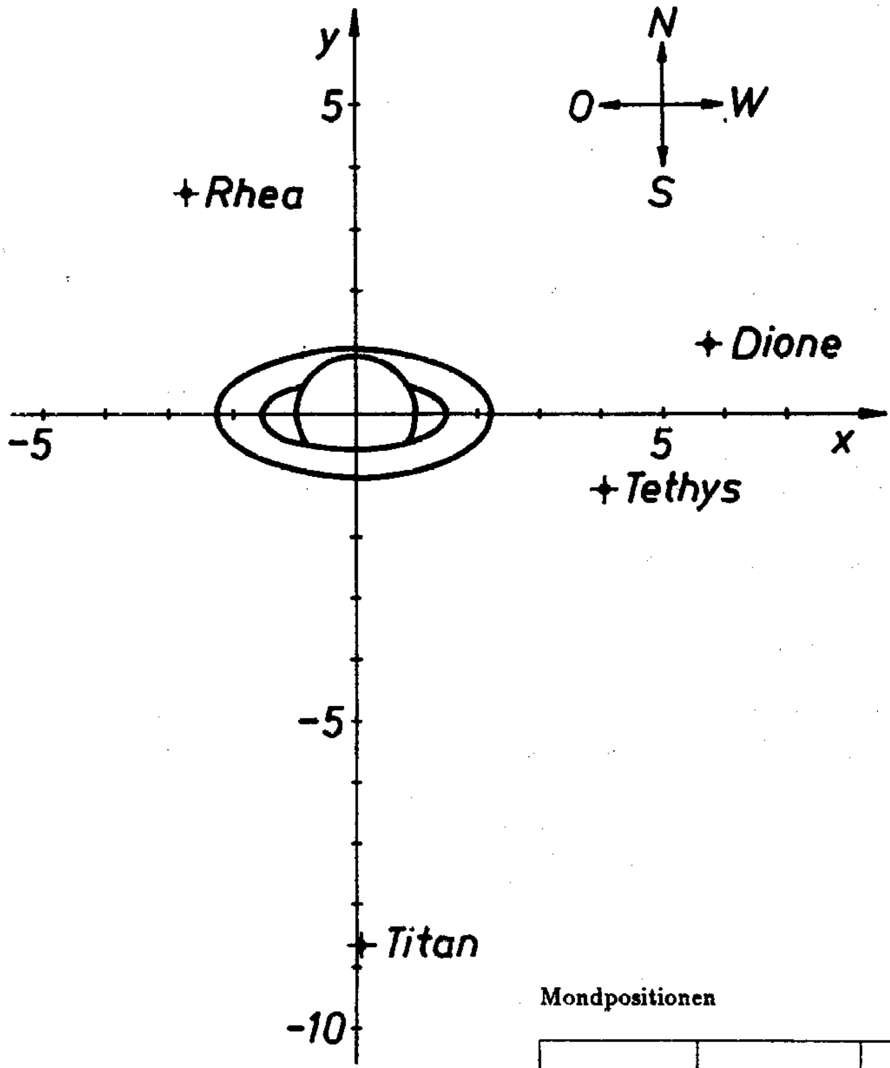
(Für diese Rechnung wurden aus dem Abschnitt 2 verwendet: A_4 = 37.431°; D_4 = 83.655°; A_5 = 319.023°; und D_5 = 75.534°)

U_1 = 349.178°	U_2 = 48.265°
U_3 = 132.158°	U_4 = 296.931°
U_5 = 119.107°	

$M_4 = 94.052°$	$M_5 = 156.584°$
$r_4 = 20.42$	$r_5 = 60.914$
$u_1 = 55.111°$	$u'_1 = 49.269°$
$u_2 = 114.198°$	$u'_2 = 108.356°$
$u_3 = 198.091°$	$u'_3 = 192.249°$
$u_4 = 0.135°$	$u'_4 = 354.306°$
$u_5 = 100.674°$	$u'_5 = 95.220°$

Für Japetus: $p = 72.58°$ und $s = 477.44''$ ergeben $\Delta\alpha = -32.2$ s und $\Delta\delta = 143''$.

In der Abbildung 2 sind die geozentrischen Positionen der vier inneren Satelliten dargestellt.



Mondpositionen

Mond	*geozentrisch* x	y	*heliozentrisch* x'	y'
Tethys (1)	4.0	-1.2	3.7	-1.4
Dione (2)	5.7	1.1	6.0	0.9
Rhea (3)	-2.7	3.6	-1.9	3.8
Titan (4)	0.1	-8.7	-2.0	-8.8
Japetus (5)	58.0	15.1	59.4	12.6

Literatur:

[1] Meeus, J., 1982: Astronomical Formulae for Calculators

[2] Montenbruck, O., 1984: Grundlagen der Ephemeridenrechnung, Verlag Sterne und Weltraum, München

[3] Wepner, W., 1982: Mathematisches Hilfsbuch für Studierende und Freunde der Astronomie, Treugesell-Verlag, Düsseldorf

[4] Ahnert, P.: Kalender für Sternfreunde, Leipzig

[5] Astronomical Almanac, Washington - London

[6] Berliner Astronomisches Jahrbuch, Berlin